

Junio 2007

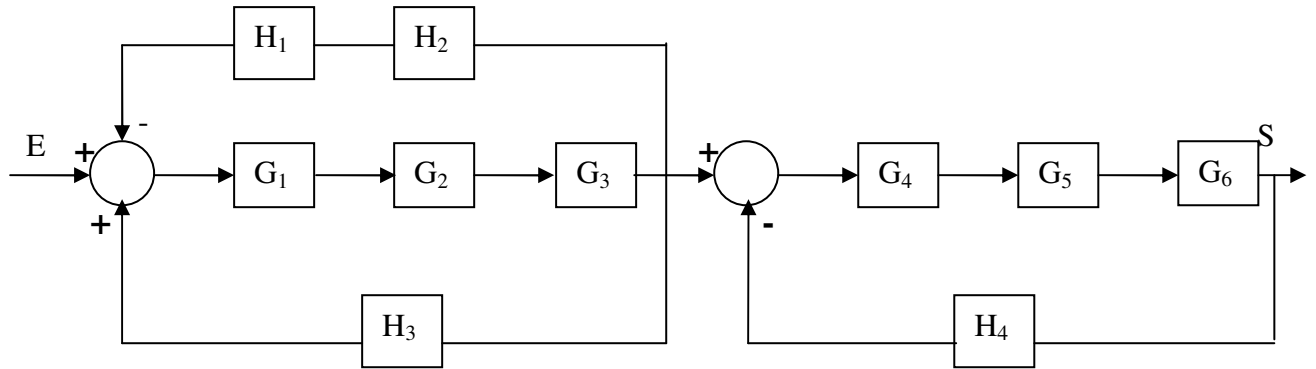
Resuelve uno de los problemas -P5) o P6)- que se proponen a continuación:

P5) Dado el diagrama de bloques mostrado en la figura:

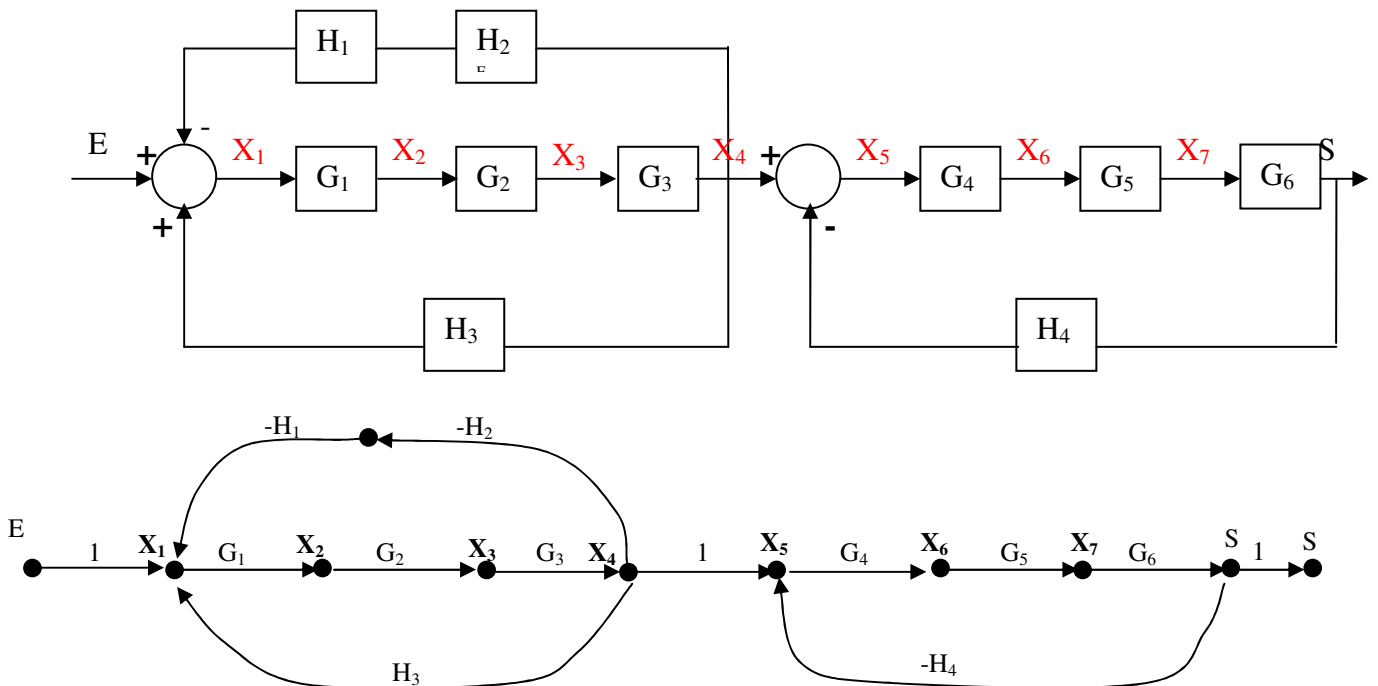
a) Dibuja el flujograma correspondiente. (0,7 p)

b) Simplifica el diagrama de bloques y obtén la función de transferencia entre la entrada E y la salida S. Nota: explica muy brevemente en su caso -salvo si son repetitivos- los pasos del proceso y las simplificaciones que realizas. (1,8 p)

c) Indica cómo se realizaría con amplificadores operacionales el punto de suma (1). (0,5 p)



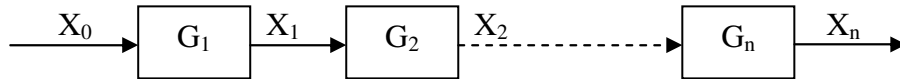
a) Dibuja el flujograma correspondiente.



b) Simplifica el diagrama de bloques y obtén la función de transferencia entre la entrada E y la salida S. Nota: explica muy brevemente en su caso -salvo si son repetitivos- los pasos del proceso y las simplificaciones que realizas. (1,8 p)

En el diagrama aparecen bloques en serie, bloques con realimentación y bloques con dos realimentaciones en paralelo.

En los bloques en serie o cascada la función de transferencia se obtiene multiplicando las funciones de transferencia de cada uno de los bloques que forman el diagrama.



Si $X_1 = G_1 X_0$; $X_2 = G_2 X_1$; $X_3 = G_3 X_2$ $X_n = G_n X_{n-1}$

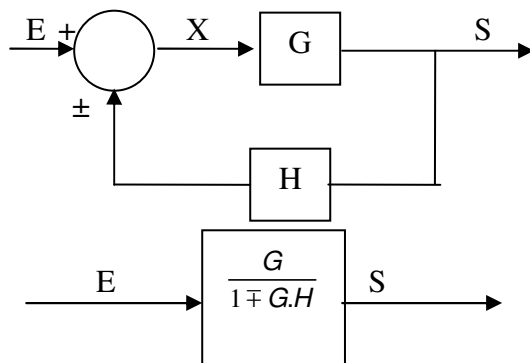
Sustituyendo cada variable X_i por su expresión anterior, se obtiene

$$X_2 = G_2 X_1 = G_2 (G_1 X_0) = (G_2 G_1) X_0$$

$$X_3 = G_3 X_2 = G_3 (G_2 G_1) X_0 = (G_3 G_2 G_1) X_0$$

.....
 $X_n = (G_n G_{n-1} G_3 G_2 G_1) X_0$ (1)

En los diagramas con realimentación la función de transferencia en lazo cerrado se obtiene aplicando la relación: $\frac{G}{1 \pm HG}$ siendo G la función de transferencia directa y H la función de transferencia de retroalimentación.



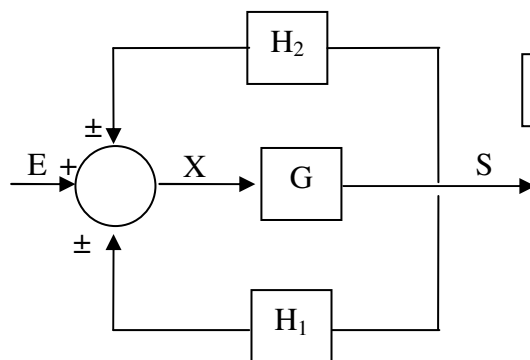
$$X = E \pm H.S$$

$$S = G.X = G.E \pm G.H.S$$

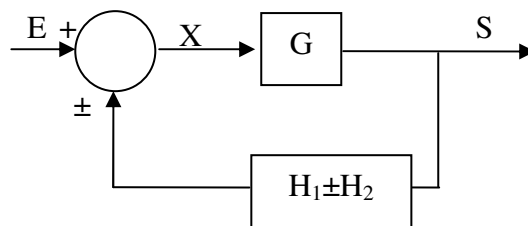
$$S \mp G.H.S = G.E ; S.(1 \mp G.H) = G.E$$

$$S = \frac{G}{1 \mp G.H} . E$$
 (2)

Para obtener la función equivalente a las dos retroalimentaciones en paralelo se suman algebraicamente las funciones de retroalimentación.

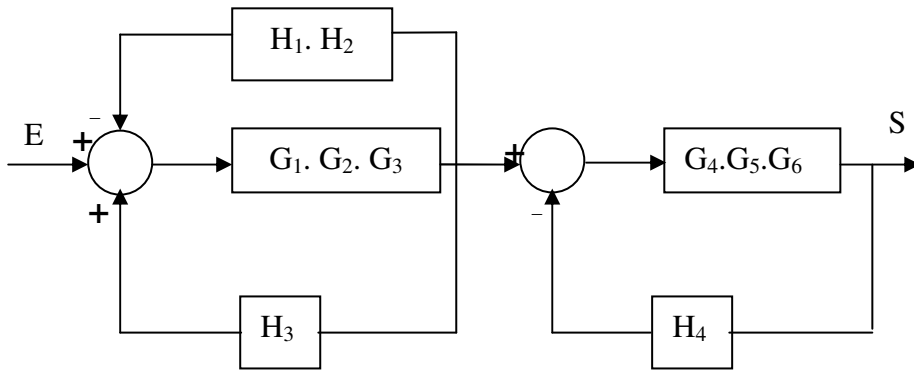


$$X = E \pm H_1.S \pm H_2.S ; X = E \pm (H_1 \pm H_2) S$$
 (3)

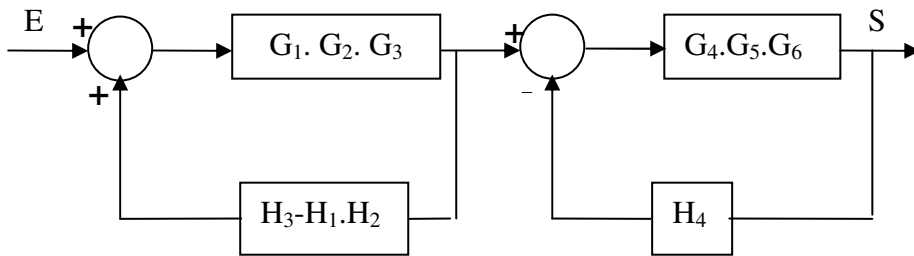


Si en el diagrama se aplica

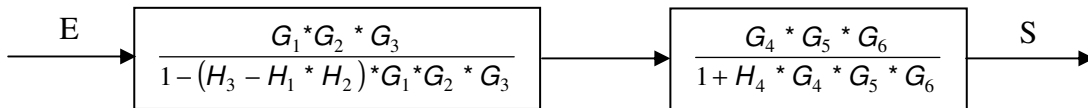
(1), se obtiene:



Aplicando (3) se obtiene:



Aplicando (2) se obtiene:



Aplicando nuevamente (1), se obtiene la función de transferencia en lazo cerrado:

$$\frac{G_1 * G_2 * G_3 * G_4 * G_5 * G_6}{1 + H_4 * G_4 * G_5 * G_6 - H * G_1 * G_2 * G_3 + H_1 * H_2 * G_1 * G_2 * G_3 - H_3 * H_4 * G_4 * G_5 * G_6 + H_1 * H_2 * H_4 * G_1 * G_2 * G_3 * G_4 * G_5 * G_6}$$

P6) Se quiere implantar un sistema de control para un proceso productivo en el que se conoce la existencia de una entrada E, y de una salida S, de tal forma que entradas y salida se pueden relacionar a partir de unas funciones G y H, y de unas variables intermedias Xi. Estas relaciones vienen dadas por:

$$X_1 = E - H_3 * S; X_2 = X_1 - H_1 * X_4$$

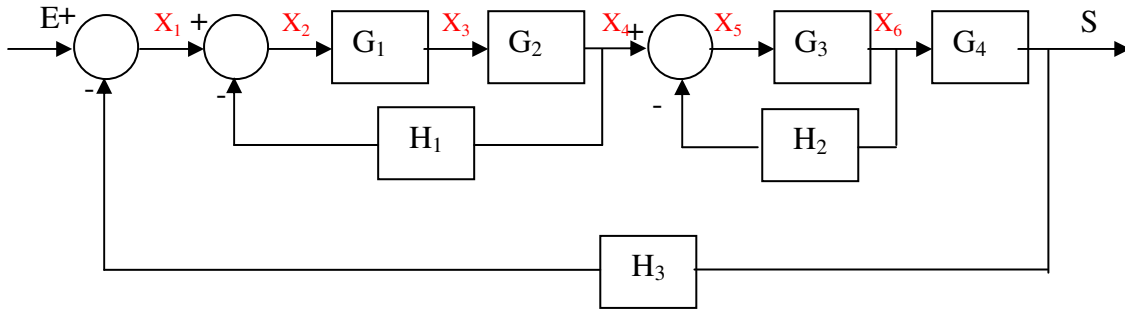
$$X_3 = G_1 * X_2; X_4 = G_2 * X_3$$

$$X_5 = X_4 - H_2 * X_6; X_6 = G_3 * X_5; S = G_4 * X_6$$

a) Obtén el diagrama de bloques correspondiente a las ecuaciones anteriores. (1,2 p)

b) Simplifica el diagrama de bloques anterior y determina su función de transferencia en lazo cerrado. (1,8 p)

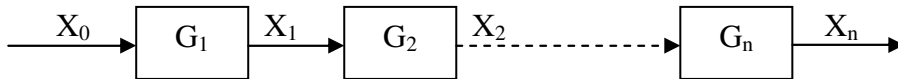
a) Obtén el diagrama de bloques correspondiente a las ecuaciones anteriores. (1,2 p)



b) Simplifica el diagrama de bloques anterior y determina su función de transferencia en lazo cerrado. (1,8 p)

En el diagrama aparecen bloques en serie, bloques con realimentación o en malla cerrada

En los bloques en serie o cascada la función de transferencia se obtiene multiplicando las funciones de transferencia de cada uno de los bloques que forman el diagrama.



Si $X_1 = G_1 X_0$; $X_2 = G_2 X_1$; $X_3 = G_3 X_2$ $X_n = G_n X_{n-1}$

Sustituyendo cada variable X_i por su expresión anterior, se obtiene

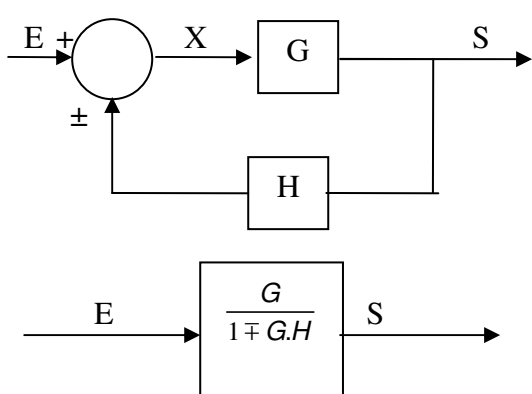
$$X_2 = G_2 X_1 = G_2 (G_1 X_0) = (G_2 G_1) X_0$$

$$X_3 = G_3 X_2 = G_3 (G_2 G_1) X_0 = (G_3 G_2 G_1) X_0$$

.....

$$X_n = (G_n G_{n-1} \dots G_3 G_2 G_1) X_0 \quad (1)$$

En los diagramas con realimentación la función de transferencia en lazo abierto se obtiene aplicando la relación: $\frac{G}{1 \pm HG}$ siendo G la función de transferencia directa y H la función de transferencia de retroalimentación.



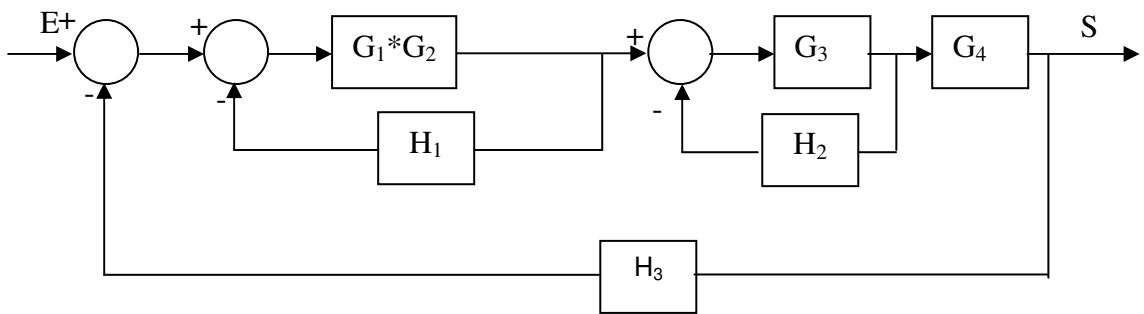
$$X = E \pm H.S$$

$$S = G.X = G.E \pm G.H.S$$

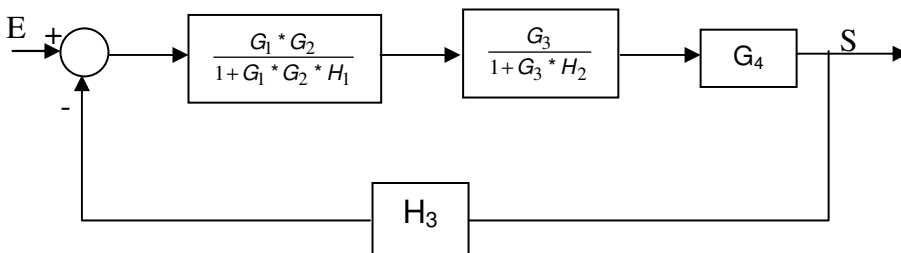
$$S \mp G.H.S = G.E ; S.(1 \mp G.H) = G.E$$

$$S = \frac{G}{1 \mp G.H} . E \quad (2)$$

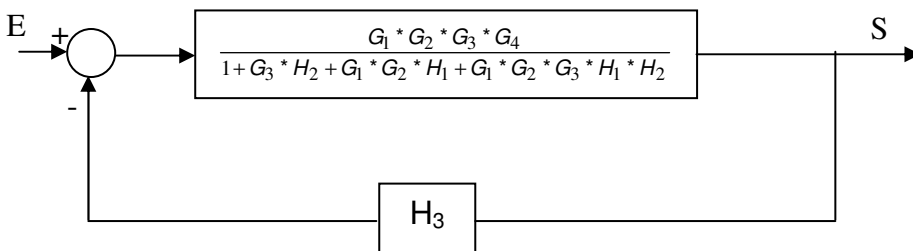
Aplicando (1) se obtiene:



Aplicando (2)



Aplicando (1)



La función de transferencia en lazo o malla abierta se obtiene multiplicando la función de transferencia directa, G, por la función de transferencia de la retroalimentación, H. En este caso será:

$$\frac{G_1 * G_2 * G_3 * G_4}{1 + G_3 * H_2 + G_1 * G_2 * H_1 + G_1 * G_2 * G_3 * H_1 * H_2} * H_3$$

La función de transferencia en lazo o malla cerrada es la relación entre la señal de salida y la de entrada: $\frac{S}{E} = \frac{G}{1 + H * G}$. En este caso será:

$$\frac{\frac{G_1 * G_2 * G_3 * G_4}{1 + G_3 * H_2 + G_1 * G_2 * H_1 + G_1 * G_2 * G_3 * H_1 * H_2}}{1 + \frac{G_1 * G_2 * G_3 * G_4}{1 + G_3 * H_2 + G_1 * G_2 * H_1 + G_1 * G_2 * G_3 * H_1 * H_2} * H_3} = \frac{G_1 * G_2 * G_3 * G_4}{1 + G_3 * H_2 + G_1 * G_2 * H_1 + G_1 * G_2 * G_3 * H_1 * H_2 + G_1 * G_2 * G_3 * G_4 * H_3}$$

$$\frac{s}{E} = \frac{G_1 * G_2 * G_3 * G_4}{1 + G_3 * H_2 + G_1 * G_2 * H_1 + G_1 * G_2 * G_3 * H_1 * H_2 + G_1 * G_2 * G_3 * G_4 * H_3}$$

También se puede obtener la función de transferencia en lazo cerrado utilizando las ecuaciones.

$$\begin{aligned} X_1 &= E - H_3 * S; X_2 = X_1 - H_1 * X_4 \\ X_3 &= G_1 * X_2; X_4 = G_2 * X_3 \\ X_5 &= X_4 - H_2 * X_6; X_6 = G_3 * X_5; S = G_4 * X_6 \end{aligned}$$

$$X_2 = E - H_3 * S - H_1 * X_4 ;$$

$$X_3 = G_1 * X_2 \quad X_3 = G_1 * (E - H_3 * S - H_1 * X_4) ; X_3 = G_1 * E - G_1 * H_3 * S - G_1 * H_1 * X_4$$

$$X_4 = G_2 * X_3 \quad X_4 = G_2 * G_1 * E - G_2 * G_1 * H_3 * S - G_2 * G_1 * H_1 * X_4$$

$$X_4 + G_2 * G_1 * H_1 * X_4 = G_2 * G_1 * E - G_2 * G_1 * H_3 * S$$

$$X_4 (1 + G_2 * G_1 * H_1) = G_2 * G_1 * E - G_2 * G_1 * H_3 * S$$

$$X_4 = \frac{G_2 * G_1 * E - G_2 * G_1 * H_3 * S}{1 + G_2 * G_1 * H_1}$$

$$X_5 = X_4 - H_2 * X_6 \quad X_5 = \frac{G_2 * G_1 * E - G_2 * G_1 * H_3 * S}{1 + G_2 * G_1 * H_1} - H_2 * X_6$$

$$X_6 = G_3 * X_5 \quad X_6 = \frac{G_3 * G_2 * G_1 * E - G_3 * G_2 * G_1 * H_3 * S}{1 + G_2 * G_1 * H_1} - G_3 * H_2 * X_6$$

$$X_6 + G_3 * H_2 * X_6 = \frac{G_3 * G_2 * G_1 * E - G_3 * G_2 * G_1 * H_3 * S}{1 + G_2 * G_1 * H_1}$$

$$X_6 * (1 + G_3 * H_2) = \frac{G_3 * G_2 * G_1 * E - G_3 * G_2 * G_1 * H_3 * S}{1 + G_2 * G_1 * H_1}$$

$$X_6 = \frac{G_3 * G_2 * G_1 * E - G_3 * G_2 * G_1 * H_3 * S}{(1 + G_2 * G_1 * H_1) * (1 + G_3 * H_2)} = \frac{G_3 * G_2 * G_1 * E - G_3 * G_2 * G_1 * H_3 * S}{1 + G_3 * H_2 + G_2 * G_1 * H_1 + G_2 * G_1 * G_3 * H_1 * H_2}$$

$$S = G_4 * X_6$$

$$S = \frac{G_4 * G_3 * G_2 * G_1 * E - G_4 * G_3 * G_2 * G_1 * H_3 * S}{1 + G_3 * H_2 + G_2 * G_1 * H_1 + G_2 * G_1 * G_3 * H_1 * H_2} = \frac{G_4 * G_3 * G_2 * G_1}{1 + G_3 * H_2 + G_2 * G_1 * H_1 + G_2 * G_1 * G_3 * H_1 * H_2} * E - \frac{G_4 * G_3 * G_2 * G_1 * H_3 * S}{1 + G_3 * H_2 + G_2 * G_1 * H_1 + G_2 * G_1 * G_3 * H_1 * H_2} *$$

$$S + \frac{G_4 * G_3 * G_2 * G_1 * H_3}{1 + G_3 * H_2 + G_2 * G_1 * H_1 + G_3 * G_2 * G_1 * H_2 * H_1} * S = \frac{G_4 * G_3 * G_2 * G_1}{1 + G_3 * H_2 + G_2 * G_1 * H_1 + G_3 * G_2 * G_1 * H_2 * H_1} * E$$

$$S * (1 + \frac{G_4 * G_3 * G_2 * G_1 * H_3}{1 + G_3 * H_2 + G_2 * G_1 * H_1 + G_3 * G_2 * G_1 * H_2 * H_1}) = \frac{G_4 * G_3 * G_2 * G_1}{1 + G_3 * H_2 + G_2 * G_1 * H_1 + G_3 * G_2 * G_1 * H_2 * H_1} * E$$

$$S = \frac{\frac{G_4 * G_3 * G_2 * G_1}{1 + G_3 * H_2 + G_2 * G_1 * H_1 + G_3 * G_2 * G_1 * H_2 * H_1}}{1 + \frac{G_4 * G_3 * G_2 * G_1 * H_3}{1 + G_3 * H_2 + G_2 * G_1 * H_1 + G_3 * G_2 * G_1 * H_2 * H_1}} * E$$

$$\frac{S}{E} = \frac{G_4 * G_3 * G_2 * G_1}{1 + G_3 * H_2 + G_2 * G_1 * H_1 + G_3 * G_2 * G_1 * H_2 * H_1 + G_4 * G_3 * G_2 * G_1 * H_3}$$

Siendo la función de transferencia en lazo cerrado:

$$\frac{G_4 * G_3 * G_2 * G_1}{1 + G_3 * H_2 + G_2 * G_1 * H_1 + G_3 * G_2 * G_1 * H_2 * H_1 + G_4 * G_3 * G_2 * G_1 * H_3}$$